## *Übungsaufgaben zu den Grundlagen*

Bei den Aufgabe 1 - 8 ist die Grundmenge G für die vorkommenden Variablen die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen.

1 Geben Sie die Definitionsmengen D dieser Terme an und vereinfachen Sie die folgenden Bruchterme so weit wie möglich!

a) $\frac{(2-h)^3-(2-h)^2-4}{-h}$ b) $\frac{9x^2-63x+90}{3x^2-12}$

c) $\frac{\frac{1}{2}(-2+t)^2-(-2+t)^3-10}{t}$ d) $\frac{12x^2-108}{4x^2+8x-60}$

2 Bestimmen Sie die Definitionsmengen D und die Lösungsmengen L der folgenden Gleichungen!

a) $\frac{2x}{x^2-9}-\frac{1}{x^2+3x}=\frac{2}{x-3}$ b) $\sqrt{4x+25}=x-5$

c) $\frac{4}{x^2-4}+\frac{3x}{x+2}=\frac{9x-2}{x-2}$ d) $\sqrt{x}-2=\sqrt{x-1}$

3.0 Gegeben sind die quadratischen Gleichungen $\frac{1}{4}x^2+kx+5=0$ mit der Lösungsvariablen $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter $k \in \mathbb{R}$.

3.1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung für k = 7

3.2 Bestimmen Sie die Werte von k, für welche die zugehörige quadratische Gleichung keine reelle Lösung besitzt.

4.0 Gegeben sind die quadratischen Gleichungen $x^2-\frac{1}{2}x+b=0$ mit der Lösungsvariablen $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter $b \in \mathbb{R}$..

4.1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge dieser Gleichung für b = - 3.

4.2 Bestimmen Sie die Werte von b, für welche die zugehörige quadratische Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen besitzt.

5.0 Gegeben sind die Ungleichungen $ax+2x-8<7x+4$ mit der Lösungsvariablen $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter $a \in \mathbb{R}$.

5.1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_a$ der Ungleichung für a = 2

5.2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_a$ einer solchen Ungleichung allgemein in Abhängigkeit von a.

6.0 Gegeben sind die Ungleichungen $ax-5x+6>11-3x$ mit der Lösungsvariablen $x \in \mathbb{R}$ und dem Parameter $a \in \mathbb{R}$.

6.1 Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_a$ der Ungleichung für a = - 5

6.2 Bestimmen Sie die Lösungsmenge $L_a$ einer solchen Ungleichung allgemein in Abhängigkeit von a.

## *Übungsaufgaben zu den Grundlagen*

7 Bestimmen Sie die Lösungsmengen L der folgenden Ungleichungen!

a) $|x+5| \geq 13$ b) $x^2 - 10x + 21 < 0$ c) $x^2 + 6x + 4 > 0$ d) $\frac{5x+8}{3x+4} \leq 0$

8 Bestimmen Sie die genauen Werte und jeweils auf drei Dezimalstellen (hinter dem Komma) genau die Näherungswerte der Lösungen folgender Gleichungen!

a) $x^6 = 25$ b) $x^3 = -7$ c) $5^x = 3$ d) $13^x = 39$

e) $3^x = 27\sqrt{3}$ f) $5^{-x} = \frac{\sqrt{5}}{125}$ g) $7^{2x} - 2 \cdot 7^x = 15$ h) $11^{2x} + 3 \cdot 11^x = 4$

9.0 Gegeben ist die reelle Funktion $p: x \mapsto p(x)$ mit der Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$ und dem Funktionsterm $p(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2{,}5$.
Der Graph von p in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit $G_p$ bezeichnet.
Außerdem sind noch die Geraden $g_m: y = mx + 3$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $m \in \mathbb{R}$ gegeben.

9.1 Bringen Sie den Funktionsterm p(x) auf die Scheitelpunktsform und geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel $G_p$ und den Wertebereich $W_p$ der Funktion p an.

9.2 Zeichnen Sie den Graphen $G_p$ für $-7 \leqq x \leqq 3$.

9.3 Bestimmen Sie diejenigen Werte von m, für welche die Gerade $g_m$ keinen gemeinsamen Punkt mit der Parabel $G_p$ besitzt.

9.4 Zeichnen Sie die Geraden $g_{-3}$ und $g_{-1}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 9.2.

10.0 Der Graph der linearen Funktion $h: x \mapsto ax + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und der Definitionsmenge $D_h = [-6; 4[$ geht durch die Punkte $P(-4|0)$ und $Q(3|\frac{7}{4})$.

10.1 Berechnen Sie a und b. (Ergebnis: $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$)

10.2 Die Funktion h ist umkehrbar. Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion $h^{-1}$ von h und geben Sie die Definitions- und die Wertemenge von $h^{-1}$ an.

10.3 Zeichnen Sie die Graphen von h und $h^{-1}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 9.2.

11.0 Gegeben ist die reelle Funktion $p: x \mapsto p(x)$ mit der Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$ und dem Funktionsterm $p(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 1$.
Der Graph von p in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit $G_p$ bezeichnet.
Außerdem sind noch die Geraden $g_a: y = ax - 2$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$ gegeben.

11.1 Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion p.

11.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel $G_p$ und geben Sie den Wertebereich $W_p$ der Funktion p an.

11.3 Zeichnen Sie den Graphen $G_p$ für $-2 \leqq x \leqq 8$.

11.4 Bestimmen Sie diejenigen Werte von a, für welche die Gerade $g_a$ zwei verschiedene Schnittpunkte mit der Parabel $G_p$ besitzt.

11.5 Zeichnen Sie die Geraden $g_0$ und $g_{-4}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 11.3.

## *Übungsaufgaben zu den Grundlagen*

12.0 Der Graph der linearen Funktion $\ell: x \mapsto mx + t$ mit $m, t \in \mathbb{R}$ und der Definitionsmenge $D_\ell = ]-2; 8]$ geht durch die Punkte $A(-1|-3)$ und $B(4|-0{,}5)$.

12.1 Berechnen Sie m und t. (Ergebnis: $m = 0{,}5$; $t = -2{,}5$)

12.2 Die Funktion $\ell$ ist umkehrbar. Bestimmen Sie die Gleichung der Umkehrfunktion $\ell^{-1}$ von $\ell$ und geben Sie die Definitions- und die Wertemenge von $\ell^{-1}$ an.

12.3 Zeichnen Sie die Graphen von $\ell$ und $\ell^{-1}$ in das Koordinatensystem von Teilaufgabe 11.3.

13 Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcrcr} \text{I} & 2x & + & 3y & = & 9 \\ \text{II} & 6x & - & 2y & = & 5 \end{array} \quad \text{mit } x, y \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie graphisch die Lösungsmenge L dieses Gleichungssystems.

14 Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcrcr} \text{I} & 4x & - & 5y & = & -20 \\ \text{II} & 2x & + & y & = & -3 \end{array} \quad \text{mit } x, y \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie graphisch die Lösungsmenge L dieses Gleichungssystems.

15 Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcrcrcr} \text{I} & x & - & 2y & + & 5z & = & 19 \\ \text{II} & 3x & - & 4y & - & 5z & = & -5 \\ \text{III} & 4x & + & 2y & + & z & = & 9 \end{array} \quad \text{mit } x, y, z \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L dieses Gleichungssystems.

16 Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{lrcrcrcr} \text{I} & 3x & - & 2y & + & 3z & = & -3 \\ \text{II} & x & + & 4y & - & z & = & 5 \\ \text{III} & -2x & + & 3y & - & 2z & = & 2 \end{array} \quad \text{mit } x, y, z \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L dieses Gleichungssystems.

17.0 Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto \dfrac{x^5 + 4x^3 - 7x}{x^3 - 6x}$ in ihrer maximalen Definitionsmenge $D_f \subset \mathbb{R}$.

Der Graph von f in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit $G_f$ bezeichnet.

17.1 Bestimmen Sie die Definitionsmenge $D_f$.

17.2 Bestimmen Sie rechnerisch, welche Symmetrieeigenschaft der Graph $G_f$ besitzt.